Банк России

НЕСИММЕТРИЧНЫЕ РАВНОВЕСИЯ НА РЫНКЕ ДЕПОЗИТОВ С ИЗДЕРЖКАМИ ПЕРЕХОДА ВКЛАДЧИКА ИЗ БАНКА В БАНК

Д. В. Алдохин А. О. Беляков Е. Б. Дерюгина
А. А. Пономаренко С. М. Селезнев

Стилизованные факты

Стандартная модель Бертрана

- ''Парадокс'' Бертрана

Конкуренция с одинаковыми издержками перехода

- Отсутсвие равновесий при малых издержках перехода
- Равновесие в безопасных стратегиях

Конкуренция с гетерогенными издержками перехода

- N банков с гетерогенными вкладчиками
  - Несимметричное равновесие в чистых стратегиях
- Непрерывное распределение вкладчиков по издержам
  - Несимметричное равновесие с бесконечным числом банков
  - Симметричное равновесие двух банков
  - Отсутсвие симметричных равновесий $N > 2$ банков

Обобщение и анализ общественного благосостояния

- Функция полезности вкладчика
- Условие неперехода в другой банк
- Прирост общественного благосостояния

Литература

Paul Belleflamme, Martin Peitz
Industrial Organization. Markets and Strategies
Cambridge University Press, New York, 2015

Joseph Farrell and Paul Klemperer
Chapter 31. Coordination and Lock-In: Competition with Switching Costs and Network Effects
Handbook of Industrial Organization 3, pp. 1967–2072, 2007

Varian, Hal R.
A model of sales
The American economic review 70(4), pp. 651–659, 1980

M. Iskakov and A. Iskakov and C. d'Aspremont
Games for cautious players: The Equilibrium in Secure Strategies,
Games and Economic Behavior 110, pp. 58–70, 2018

Срочные депозиты в российских банках в апреле 2023г.

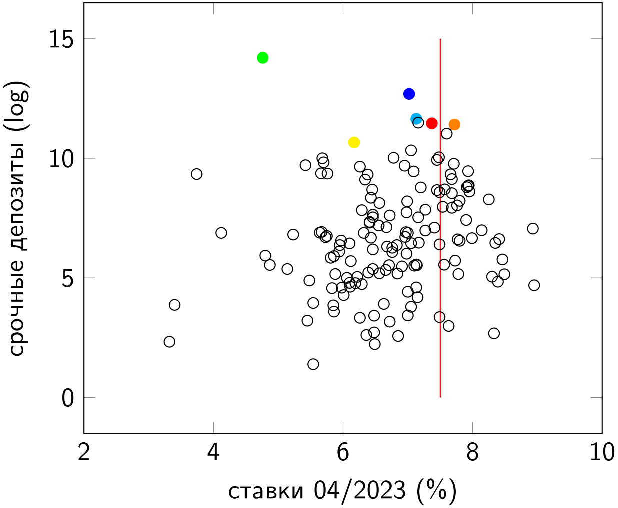


Рис.: Срочные депозиты в российских банках в апреле 2024г. (форма 0409129)

Срочные депозиты в российских банках в апреле 2024г.

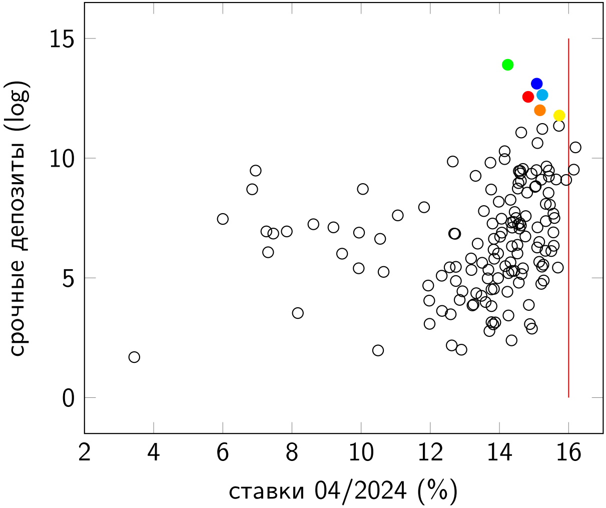


Рис.: Срочные депозиты в российских банках в апреле 2024 года. (форма 0409129)

Изменения депозитов за год

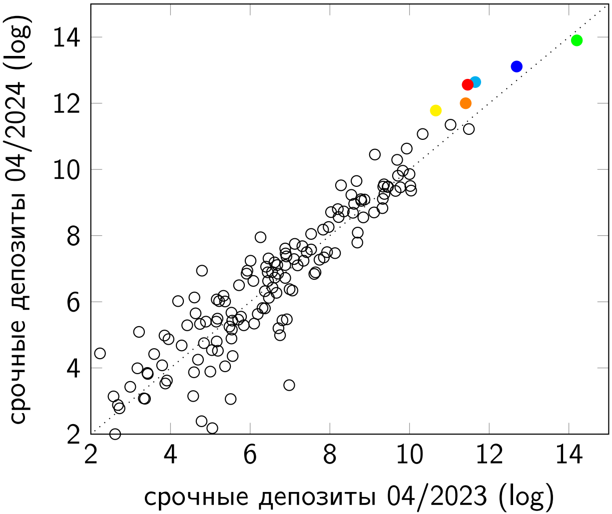


Рис.: Срочные депозиты в российских банках.

Крупные банки предлагают низкие ставки по депозитам

Schoors, Koen and Semenova, Maria and Zubanov, Andrey
Depositor discipline during crisis: Flight to familiarity or trust in local authorities?
Journal of Financial Stability 43, pp. 25–39, 2019

Penikas, H.I.
Premium for implicit deposit insurance within Russian state banks
Voprosy Ekonomiki 10, 89–112, 2021

Рис.: Срочные депозиты в российских банках в апреле 2023 года пропорциональны размеру кругов (форма 0409129)

Основная гипотеза

Даже если банки одинаковы, разницу их ставок по депозитам банков можно объяснить гетерогенностью издержек перехода вкладчиков из банка в банк а разницу объемов депозитов банков можно объяснить исторически сложившимся распределением вкладчиков по банкам.

Модель Бертрана для рынка депозитов

Два банка $i \in \{1, 2\}$ устанавливают одновременно ставки r_i по депозитам, максимизируя прибыль

$$\underbrace{Q_i(r_i, r_j)}_{\text{спрос}}\underbrace{(R - r_i)}_{\text{цена}} \to \max_{r_i \geq 1},$$

где $R > 1$ – ставка центрального банка, а r_j ставка другого банка.[1] Банк с более высокой ставкой привлекает всех:

Функции спроса для банков

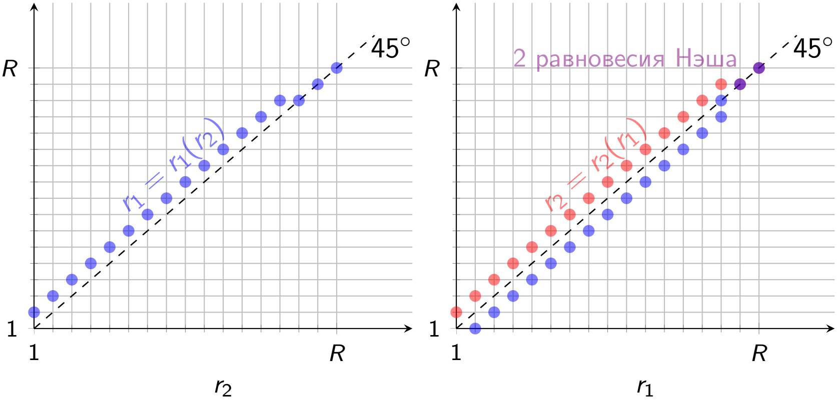
$$Q_1 = \begin{cases} D_1 + D_2, & r_1 > r_2 \\ D_1, & r_1 = r_2 \\ 0, & r_1 < \max\{1, r_2\} \end{cases}, \quad Q_2 = \begin{cases} D_1 + D_2, & r_2 > r_1 \\ D_2, & r_2 = r_1 \\ 0, & r_2 < \max\{1, r_1\} \end{cases}$$

При равенстве ставок банки обслуживают вкладчиков, которые у них были изначально $D_1 > D_2 > 0$. А при $r_1, r_2 < 1$ вкладчики хранят наличность.

[1] Ставки считаются плюс 1. Пполагаем $r_1, r_2 \geq 1$, т.к. иначе нет спроса.

Функции реакции банков в модели Бертрана ($D_1 > D_2 > 0$)

Если ставки дискретные, то функции изображаем точками.



Равновесия Нэша: $r_1 = r_2 = R$ с нулевыми прибылями, и $r_1 = r_2 = R - \Delta$ с положительными прибылями банков $D_1\Delta$ и $D_2\Delta$, где Δ – шаг дискретизации значений ставок.

‘‘Парадокс’’ Бертрана

Следствие

В дуополии банки устанавливают ставки, равные ставке ЦБ, и, следовательно, не пользуются никакой рыночной властью.

При этом несимметричность распределения вкладчкиков по банкам соохраняется.

Конкуренция с одинаковыми издержками перехода

Банк i привлекает D_j вкладчиков другого банка j если переход покрывает издержки $z > 0$ с учётом процентов, $r_i - r_i z > r_j$.

Функции спроса для банков

$$Q_i = \begin{cases} D_i + (1-z)\,D_j, & \frac{r_i}{r_j} > \frac{1}{1-z} \\ D_i, & \frac{r_i}{r_j} \in \left[1-z, \frac{1}{1-z}\right] \\ 0, & \frac{r_i}{r_j} < 1 - z \text{ или } r_i < 1 \end{cases},$$

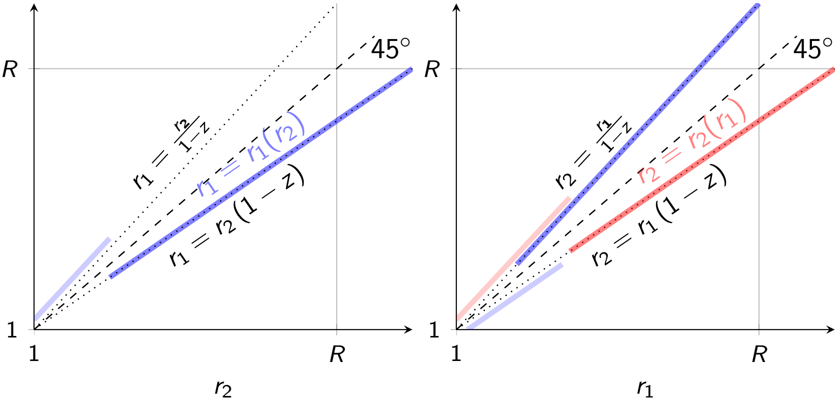
Равновесия в зависимости от изжержек перехода

- $r_i = r_j = 1$, $D_i \geq D_j\left(\frac{1}{z} - 1\right)\left(R\,(1-z) - 1\right)$ только если $z \geq 1 - \frac{1}{\sqrt{R}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1.16}} \approx 0.07 = 7\%$ вклада[2]
- $D_i = 0$, $r_i = R$, $D_j > 0$ $r_j = \max\left\{1, R\,(1-z)\right\}$, для всех $z \geq 0$, например: $z = 1 - \frac{r_j}{R} = 1 - \frac{1.15}{1.16} \approx 0.009 = 0.9\%$ вклада

[2] Банки не переманивают вкладчиков друг у друга если $D_i\,(R-1) \geq (D_i + (1-z)\,D_j)\,(R - r_i)\,,\ \forall r_i > \frac{1}{1-z}$, только если $R \leq \frac{1}{(1-z)^2}$.
Если $D_i > 0$, $r_i > r_j$ и $r_j > 1$, банк i может уменьшить r_i, сохранив

Функции реакции в модели с издержками перехода

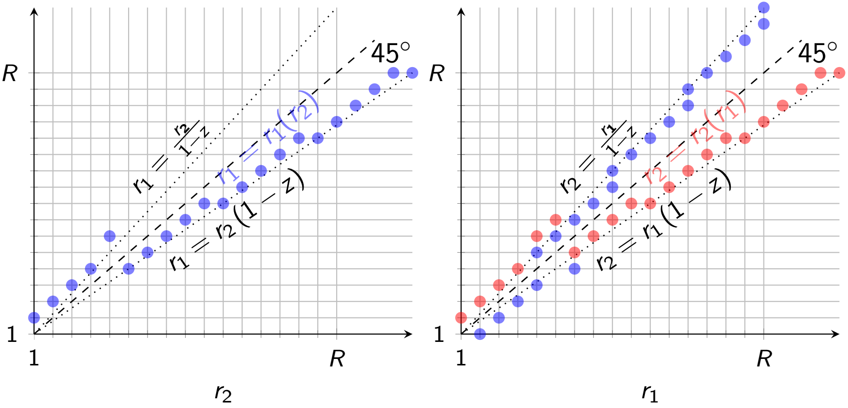
$r_1 = r_2(1-z)$ – минимальная, сохраняющая своих вкладчиков.
$r_1 = \frac{r_2}{1-z}$ – максимальная, непривлекающая чужих вкладчиков.



Равновесия с $D_1, D_2 > 0$ в чистых непрерывных стратегиях отсутсвуют при малых издержках перехода $z \in \left(0, 1 - \frac{1}{\sqrt{R}}\right)$.

Функции реакции в модели с издержками перехода

$r_1 = r_2(1-z)$ – минимальная, сохраняющая своих вкладчиков.
$r_1 = \frac{r_2}{1-z}$ – максимальная, непривлекающая чужих вкладчиков.



Равновесия Нэша в чистых дискретных стратегиях отсутсвуют.

Равновесие в безопасных стратегиях ([4])

$$r_i = \max\{1, R\,(1-z)\}, \quad \forall\ D_i, \geq 0.$$

Определение

Угроза банка i банку j в профиле стратегий $\boldsymbol{r}$ – это такое отклонение r_i', что

$$\Pi_i(r_i', r_{-i}) > \Pi_i(\boldsymbol{r}), \qquad \text{и} \qquad \Pi_j(r_i', r_{-i}) < \Pi_j(\boldsymbol{r}).$$

Определение

Стратегия r_i банка i – *безопасная стратегия* в профиле $\boldsymbol{r}$, если ни однин банк $j \neq i$ не угрожает банку i в профиле $\boldsymbol{r}$. Профиль стратегий $\boldsymbol{r}$ называется *безопасным профилем*, если все стратегии банков безопасные.

Свойство

Множество равновесий в безопасных стратегиях включает все равновесия Нэша в чистых стратегиях.

Два банка с разными издержками перехода

Банк 2 привлекает вкладчиков банка 1 если переход покрывает издержки $z > 0$ учитывая недополученные на них проценты, а банк 1 привлекает без издрежек, иначе банки обслуживают вкладчиков $D_1, D_2 > 0$, которые были изначально.

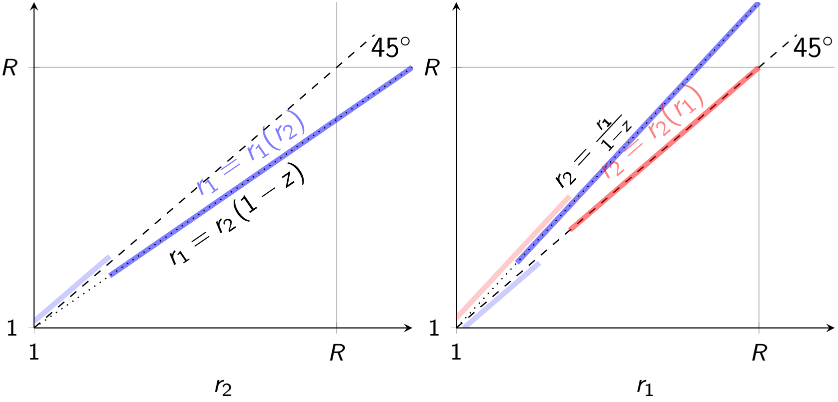
Функции спроса для банков

$$Q_1 = \begin{cases} D_1 + D_2, & r_1 > r_2 \\ D_1, & \frac{r_1}{r_2} \in [1 - z, 1] \\ 0, & \frac{r_1}{r_2} < 1 - z \text{ или } r_1 < 1 \end{cases},$$

$$Q_2 = \begin{cases} (1 - z)\, D_1 + D_2, & \frac{r_2}{r_1} > \frac{1}{1-z} \\ D_2, & \frac{r_2}{r_1} \in [1, \frac{1}{1-z}] \\ 0, & r_2 < r_1 \text{ или } r_2 < 1 \end{cases},$$

Функции реакции с разными издержками перехода

$r_1 = r_2(1-z)$ – минимальная, сохраняющая своих вкладчиков.
$r_1 = r_2$ – максимальная, непривлекающая чужих вкладчиков.



Равновесия Нэша в чистых стратегиях отсутсвуют.

N банков с гетерогенными вкладчиками

Функции спроса для банков

$$Q_i(r_i, r_{-i}) = \begin{cases} D_i + \sum\limits_{j \neq i, r_i < \frac{r_j}{1-z_j}} (1 - z_j)\, D_j, & r_i \geq (1 - z_i) \max\limits_{j \neq i} r_j \text{ and } r_i \geq 1 \\ 0 & , r_i < (1 - z_i) \max\limits_{j \neq i} r_j \text{ or } r_i < 1 \end{cases}$$

Несимметричное равновесие при $z_2 = z_3 = 0$ и $z_1 > 0$

$$r_i = \max\{1, R\,(1 - z_i)\}, \quad \forall\ D_i, \geq 0.$$

$$r_2 = r_3 = R.$$

Несимметричное равновесие в чистых стратегиях

$$r_1 = \max\{1, R(1 - z_1)\}, \quad r_2 = r_3 = R$$

Доказательство

Банк 1 получает прибыль $D_1(R - r_1)$, если $r_1 \geq R(1 - z_1)$, иначе вкладчики уйдут. Поэтому $r_1 = \max\{1, R(1 - z_1)\}$ – лучший ответ на $r_2 = r_3 = R$.
Количество вкладчиков банка 2 остаётся неизменным, если $r_2 = r_3 = R > r_1$, а при $r_2 < r_3 = R$ все вкладчики перейдут из банка 2 в банк 3. В обоих случаях прибыль банка 2 будет нулевая, поэтому ему нет смысла уменьшать ставку. То же самое для банка 3.

Замечание

Достаточно два банка только с вкладчиками без издержек перехода для существования равновесия $r_i = R(1 - z_i), D_i > 0$ с конечным числом банков. Возникает как бы *competitive fringe* благодаря ‘‘парадоксу’’ Бертрана.

Непрерывное распределение вкладчиков по издержам

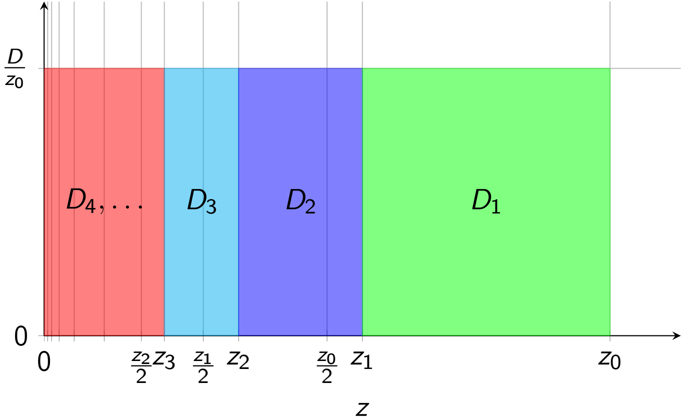


Рис.: Равновесные ставки $r_i = R\left(1 - z_i\right)$ и количества вкладчиков $D_i = D\,\frac{z_{i-1} - z_i}{z_0}$,, где $z_i \in \left[\frac{z_{i-1}}{2}, z_{i-1}\right]$.

Несимметричное равновесие (доказательство)

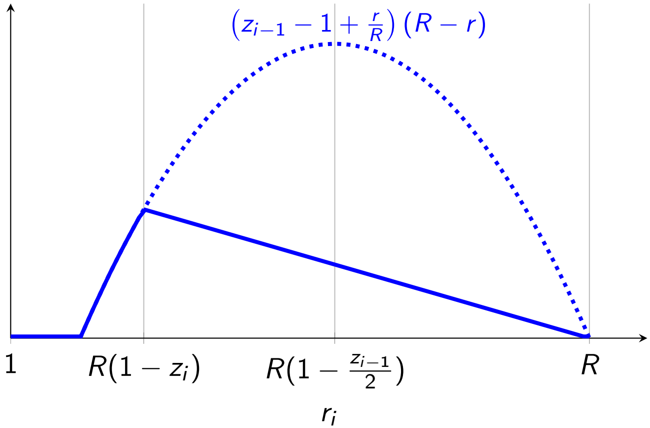


Рис.: Profit (solid blue line) of bank i having depositors with switching costs in $(z_i, z_{i-1}]$ reach optimal value at $r_i = R(1 - z_i)$, because we require $z_i \geq \frac{z_{i-1}}{2} \iff r_i \leq \frac{r_{i-1}+R}{2}$.

Несимметричное равновесие с бесконечным числом банков

$$r_i = R\left(1 - \frac{z_0}{2^i}\right), \quad D_i = \frac{D}{2^i}. \quad i = 1, 2, 3, \ldots \quad \Rightarrow \quad r_i = R\left(1 - \frac{z_0}{D} D_i\right)$$

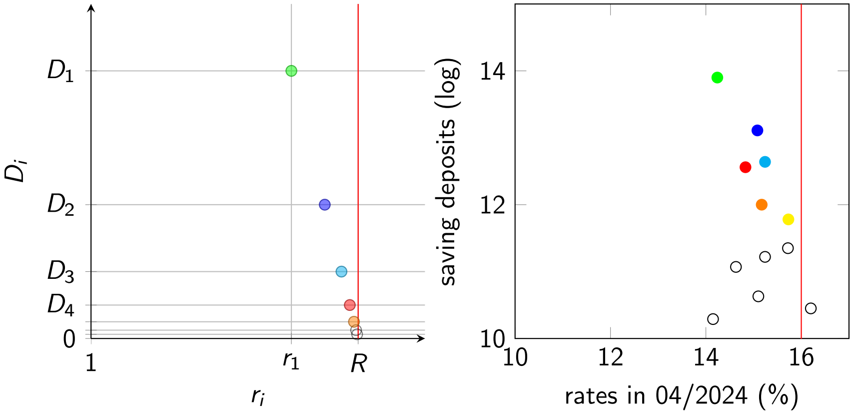


Рис.: Связь ставки и объема, теория (слева) и наблюдения (справа)

Несимметричное равновесие (конечное число банков)

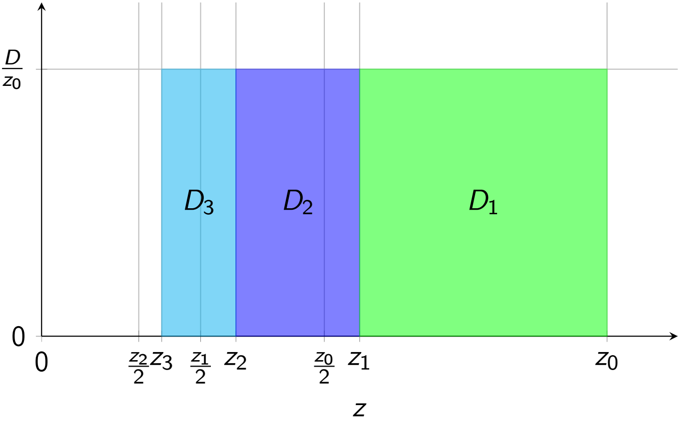
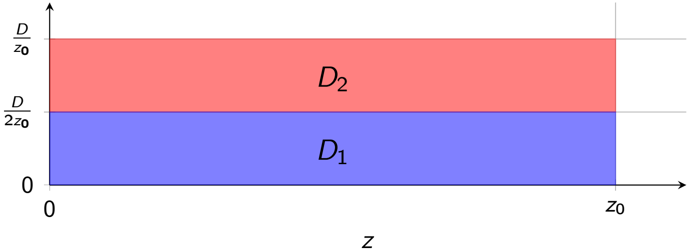


Рис.: $r_3 = R\left(1-\underline{z}\right),\ D_3 = 0,\ r_4 = R,\ D_4 = 0$

Симметричное равновесие двух банков



$\frac{r_i}{1-z_i} = r$ – сохраняет вкладчиков с издержками $z \geq z_i = 1 - \frac{r_i}{r}$, $r_i = \frac{r}{1-z_j}$ – привлекает с $z < z_j = 1 - \frac{r}{r_i}$ и вкладами $1 - z_j = \frac{r}{r_i}$.

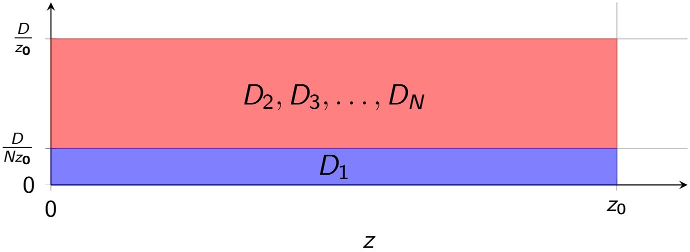
$$Q_i = \frac{D}{z_0 2} \times \begin{cases} z_0 - \left(1 - \frac{r_i}{r}\right) & , \quad r_i \leq r \\ z_0 + \left(1 - \frac{r}{r_i}\right) \frac{r}{r_i}, & r_i > r \end{cases},$$

$$\frac{\partial}{\partial r_i}\left(z_0 - 1 + \frac{r_i}{r}\right)(R - r_i)\Big|_{r_i = r} = \left(\frac{R}{r} + 1 - z_0 - \frac{2r_i}{r}\right)\Big|_{r_i=r} \geq 0 \Rightarrow r \leq \frac{R}{1+z_0}$$

$$\frac{\partial}{\partial r_i}\left(z_0 + \frac{r}{r_i} - \frac{r^2}{r_i^2}\right)(R - r_i)\Big|_{r_i = r} = \left(\frac{2r^2 R}{r_i^3} - z_0 - \frac{rR + r^2}{r_i^2}\right)\Big|_{r_i=r} \leq 0 \Rightarrow r \geq \frac{R}{1+z_0}$$

$$\frac{R}{1+z_0} \leq r \leq \frac{R}{1+z_0} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{R}{1+z_0}$$

Отсутсвие симметричных равновесий $N > 2$ банков



$$Q_i(r_i, r) = \frac{D}{z_0 N} \times \begin{cases} z_0 - \left(1 - \frac{r_i}{r}\right) & , \quad r_i \leq r \\ z_0 + (N-1)\,\frac{1-\left(\frac{r}{r_i}\right)^2}{2}, & r_i > r \end{cases},$$

$\frac{\partial}{\partial r_i}\pi_i(r_i, r) = \frac{R}{r} - \frac{2r_i}{r} - z_0 + 1 \geq \frac{R}{r} - 1 - z_0 \geq 0 \Rightarrow r \leq \frac{R}{1+z_0}$
$\frac{\partial}{\partial r_i}\pi_i(r_i, r) = (N-1)\, r^2 \left(\frac{R}{r_i^3} - \frac{1}{2r_i^2}\right) - z_0 - \frac{N-1}{2} \leq$
$(N-1)\left(\frac{R}{r} - 1\right) - z_0 \leq 0 \Rightarrow r \geq \frac{R}{1+\frac{z_0}{N-1}}$ Неравенства $\frac{R}{1+\frac{z_0}{N-1}} \leq r \leq \frac{R}{1+z_0}$ несовместны при $N > 2$.

Функция полезности вкладчика

Пусть вкладчик может менять размер вклада $x \leq y - c$

$$u(c, x) = r\,x - \frac{\sigma}{1+\sigma}(y-c)^{\frac{1+\sigma}{\sigma}} \to \max,$$

выбирая потребление c, где $\sigma > 0$, y – доход, а также *bliss point* по потреблению для простоты.

Если $x \geq 0$, то $c \leq y$ и бюджетное ограничение: $x = y - c$.

Тогда условие первого порядка - $r - x^{\frac{1}{\sigma}} = 0$ и размер вклада

$$x = r^{\sigma}$$

Полезность $u(y - r^{\sigma}, r^{\sigma}) = \frac{r^{1+\sigma}}{1+\sigma}$.

Прибыль банка от такого вкладчика $r^{\sigma}(R - r)$.

Условие неперехода в другой банк

При переходе в другой банк бюджетное ограничение $x = y - z - c$ и спрос на вклады:

$$x = r^{\sigma} - z,$$

где z – издрержки перехода в другой банк.
Полезность $u(y - r^{\sigma}, r^{\sigma} - z) = \frac{r^{1+\sigma}}{1+\sigma} - r\,z$.
Прибыль банка от такого вкладчика $(r^{\sigma} - z)\,(R - r)$.
При выборе между своим банком i и другим банком j с максимальной ставкой r_j вкладчик с издержками переключения z останется в своём банке если

$$\frac{r_i^{1+\sigma}}{1+\sigma} \geq \frac{r_j^{1+\sigma}}{1+\sigma} - r_j\,z$$

Заметим, что при $\sigma \to 0$ условие принимает вид

$$r_i \geq r_j - r_j z.$$

Прирост общественного благосостояния

Прирост полезности вкладчика

$$\frac{r^{1+\sigma}}{1+\sigma} - \frac{1^{1+\sigma}}{1+\sigma} = \frac{r^{1+\sigma}-1}{1+\sigma}$$

Прибыль банка

$$r^{\sigma}(R-r)$$

Прирост общественного благососотояния на вкладчика

$$Rr^{\sigma} - \frac{\sigma r^{1+\sigma}+1}{1+\sigma} > 0 \text{ при } r > 0 \text{ и } \sigma > 0,$$

возрастает по r и максимален на $[1, R]$ при $r = R$.

Выводы

1. Разницу ставок по депозитам банков можно объяснить уже лишь гетерогенностью издержек перехода вкладчиков из банка в банк, т.к. равновесия с одинаковыми ставками не существуют при почти любом распределении вкладчиков по банкам.
2. Разницу объемов депозитов банков можно объяснить исторически сложившимся распределением вкладчиков.
3. Для максмимизации прироста общественного благососотояния нужно чтобы банковские ставки были как можно ближе к ключевой, чего можно добиться уменьшая издержки перехода вкладчиков.